

Выполнила:

Корнеева Юлия Романовна

Руководитель:

Гудкова Оксана Викторовна

Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение

Средняя общеобразовательная школа № 39, г. Хабаровск

ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ РАБОТА

ГЕОМЕТРИЯ КУПОЛА

МХК И МАТЕМАТИКА

«Купола, купола, купола.... Двадцать два.
Разметали в стороны свои крылья стрельчатые
«бочки» - словно кокошники русских красавиц.
А на гребнях – стройные барабаны и луковичные
главы с крестами, покрытые чешуёй серебристо-
го лемеха.»

А.В.Ополовников и Г.С.Островский «Русь деревянная».

Еще не выбрана окончательно будущая профессия, но многих учащихся интересует практическая польза приложения геометрии к разным областям практической деятельности человека, к науке и к искусству, в частности к архитектуре, к строительству. Как связана геометрия, с искусством, с архитектурой? Почему некоторые строения привлекают нас какой-то особой красотой, радуют, восхищают, завораживают, как говорят, «невозможно оторвать глаз».



Например, храмы, церкви, их золотые купола. Проблема красоты давно волнует, привлекает к себе внимание ученых, выдающихся мастеров, различных специалистов искусства. Красота многогранна и многолика.

«Математика – это уникальное средство познания красоты», - написано в книге Азевича А. И.

Русская красота. Русская духовность. Как часто мы слышим эти слова. И возникает перед глазами образ православного храма. Для каждого из нас храм, это нечто большее, чем просто сооружение, в которое мы ходим, чтобы отдать дань высшему, это - то место, где человеческая душа становится свободной и умиротворенной, где слышит ответы на многие вопросы, где просто начинает пробуждаться порою от долго сна и становится чувствительной. Но никто не задумывался о том, что такое храм с точки зрения архитектуры. Ведь это чудесное строение всех веков и народов, которое сочетает в себе изысканную живопись и сложные геометрические расчёты. Самым удивительным моментом в церкви в отношении геометрии является купол.

Недавно я с удивлением обнаружила, что пламя горящей свечи похоже на купола церквей. Я решила выяснить, нет ли тут взаимосвязи.

Купола сооружений исторически изменялись, для их строительства были необходимы знания, в том числе и геометрии, и они могут служить объектом исследования с точки зрения геометрии. Купола русских храмов необычны по своей форме. Просматривая фотографии внешнего вида храмов, вдруг понимаю, что обращаю внимание в первую очередь на купола. Почему? Что они обозначают? Что думает об этом мое поколение? Интересно, как построить эскиз такого купола, одинаковые ли все купола различных храмов? Почему купола имеют такую форму?

Так появилась тема проекта: «Геометрия купола».



Актуальность:

Россия возвращается к своим истокам и культурным традициям. Мы стараемся больше узнавать о нравственных и духовных ценностях, накопленных поколениями людей, об их взглядах на мир. Символика о куполах древнерусских храмов яркое тому подтверждение. А наш город славится красивыми храмами. Нам есть чем гордиться и чем духовно обогащаться.

Цели:

1. Рассказать о символике куполов древнерусского храма.
2. Выяснить, почему купола храмов имеют именно такую форму, какие геометрические построения позволяют выполнить чертеж эскизов куполов?
3. Создать собирательный образ куполов самых известных храмов г. Хабаровска.

Задачи работы:

1. Провести анкетирование школьников и родителей для выявления проблемы исследования гипотезы.
2. Изучить материалы по данной теме (используя различные источники информации).
3. Систематизировать полученную информацию о символике куполов, о геометрии купола для расширения кругозора одноклассников и всех желающих в доступном наглядном режиме.
4. Подготовить краткую презентацию проекта.

Гипотеза: «Купола - символы, элементы архитектуры храмов». Я провела анкетирование школьников и попросила их ответить на следующие вопросы:

1. Что вас привлекает во внешнем облике храмов?
2. Купола- символы или элементы архитектуры?
3. Знаете ли вы значения символов куполов?



По результатам обработанных данных выявилась проблема: Никто из участников анкетирования не знает о значении символов куполов. (Приложение 1).

Объектом исследования для моей работы стали купола.

История купола.

История куполов началась еще в доисторические времена, но технологически сложные и большие купола стали строить во время Римской архитектурной революции, когда купола стали использовать при строительстве храмов и больших общественных сооружений.

Считается, что самый древний купол из ныне существующих расположен в римском Пантеоне, возведённом примерно в 128 году нашей эры. Позже традиция куполостроения была перенята византийской религиозной и культовой архитектурой. Кульминацией этого периода стало применение революционной парусной технологии при возведении Софийского собора в Константинополе. После завоевания мусульманами империи Сасанидов и Византийского Ближнего Востока, купол стал также частью мусульманской архитектуры.

В Западной Европе купола снова приобрели популярность в эпоху Ренессанса, и достигли расцвета в начале XVIII века в архитектуре барокко. Напоминающие римский сенат, в XIX веке купола стали использовать при возведении государственных строений. В строительстве домов купола использовались редко, будучи в период барокко атрибутом лишь самых больших построек и дворцов.

Что такое купол?

1. Покрытие в форме полушария или опрокинутой чаши, возведенное над круглым или многоугольным в плане сооружением.

Источник: словарь архитектурно-строительных терминов.



2. Пространственное покрытие зданий и сооружений обычно полукруглой формы.

Источник: исторический словарь.

3. Купол (итал. Cupola - упол, свод, от лат. cupula, уменьшительное от cira - бочка) - пространственная несущая конструкция покрытия, по форме близкая к полусфере или другой поверхности вращения кривой (эллипса, параболы и т. п.). Купольные конструкции перекрывают преимущественно круглые, многоугольные, эллиптические в плане помещения и позволяют перекрывать значительные пространства без дополнительных промежуточных опор.

Источник: архитектурный словарь.

4. Купол - выпуклая крыша, свод в виде полушария.

Источник: значение слова купол по Ожегову.

5. Купол - символизирует свод небес, небесный мир.

Источник: значение слова купол по словарю Символизма.

Здание храма обыкновенно завершается сверху куполом, изображающим собою небо. Далеко не каждому известно, как устроен православный храм. А ведь каждая деталь храма имеет глубокий смысл и значение. Еще издавна мы видим, как сияют кресты на куполах храма. Купола с крестами как бы связывают небесное и земное пространство в целостный освященный мир.

Купол — это как пламя горящей свечи, недаром издревле наши предки старались даже в самые тяжелые времена золотить кресты и купола храмов.

Крыша храма увенчивается куполом с крестом. Храм православный (церковь) - специальное здание, посвященное Богу и предназначенное для публичного и частного богослужению.

Возводимые на земле храмы соотносились со строением человеческого тела:

Главы- купола.

Шеи - цилиндрические барабаны в основании куполов.



Плечи- перекрытия сводов.

Тело - пространство, заключенное в стенах.

Подосва – фундамент.

(Приложение 2)

Символика чисел куполов.

Символика чисел четко прослеживается в истолковании количества церковных глав. Я попыталась в своей работе проанализировать и систематизировать полученную информацию из разных источников в табличной форме.

Количество куполов на храмах символично:

Один купол	Бог един.
Два купола	Символизируют два естества (Божеское и человеческое) в Иисусе Христе.
Три купола	Знаменуют Святую Троицу (поклонение Богу, единому в трех лицах Бога Отца, Бога Сына и Святого Духа).
Четыре купола	Четвероевангелие, четыре стороны света.
Пять куполов - самое распространенное число (одна глава выше и больше)	Образ Христа и четырех евангелистов: Матфея, Марка, Луки и Иоанна.
Семь куполов	Семь церковных таинств, главнейших духовных обрядов православной церкви. «Собор» - «собрание», «храм».
Девять глав	Девять чинов ангельских. (Собор Ачаирского монастыря – девять глав.)
Тринадцать глав	Иисус Христос и двенадцать апостолов. Апостолы – ближайшие ученики Иисуса Христа.

Примечание: Большее количество церковных глав (что бывает очень редко) komponуется из названных символических чисел.



Цвет купола также важен в символике храма.

Золотые купола были у главных храмов и у храмов, посвященных Христу и двенадцатым праздникам. Золото — символ небесной славы. Золотое сияние куполов - важнейшая для храма идея божественного света и рая.

Купола синие с золотыми звездами венчают храмы, посвященные Богородице, потому что звезда напоминает о рождении Христа от Девы Марии. Синие купола напоминают о вечности Царствия Небесного, к которому стремится каждая душа.

Купола зеленые имели Троицкие храмы. Зеленый - цвет Святого Духа. Храмы, посвященные святым, увенчаны также зелеными или серебряными куполами.

Храмы, посвященные святым, часто увенчаны зелеными или серебряными куполами. В монастырях встречаются черные купола - это цвет монашества.

Виды куполов.

Форма купола также имеет символический смысл. Форма куполов изменялась от полусферической до «луковичной» и восьмигранной формы. Не случайно первые купола были полусферические, в древности идея вечности передавалась формой круга, сферы

✓ Шлемовидная форма напоминала о воинстве, о духовной брани, которую ведет Церковь с силами зла и тьмы.

✓ Форма луковицы — символ пламени свечи, обращающий нас к словам Христа: "Вы - свет миру".

Поясной купол. Поясной купол отличается от «настоящего купола» тем, что он состоит из отдельных горизонтальных слоёв. Каждый следующий слой немного выступает над предыдущим и поддерживается консолью, в самом вер-ху сходясь к центру.



Купол-зонтик. Купола - зонтики разделены на сегменты рёбрами, расходящимися от центра к основанию купола. Материал между рёбрами расположен в форме арок, которые передают вертикальную нагрузку на рёбра. Центральный купол Софийского собора построен по такой схеме, что позволило архитектору расположить витражи между рёбрами на основании купола. Главный купол собора Святого Петра также имеет такую форму.

Полигональный купол. Горизонтальные сечения полигональных куполов представляют собой многоугольники. Одним из самых известных примеров таких куполов является восьмиугольный купол собора Санта-Мария-дель-Фьоре во Флоренции, возведённый Филиппо Брунеллески.

Парусный купол. Также называемые византийскими куполами, парусные купола представляют из себя парус, основания которого не просто образуют арки для поддержки купола над ним, а сходятся к центру пространства, таким образом сами образуя купол. Такие купола похожи на квадратный парус, закреплённый снизу в четырех углах и поддуваемый снизу.

Купол-блюдец. Купол-блюдец представляет собой неглубокий, с малым углом между горизонталью и поверхностью у основания. Геометрически, горизонтальное сечение таких куполов является окружностью, а вертикальное — сектор окружности (то есть её часть). Купола-блюдца ниже, чем другие виды куполов. Многие из самых больших существующих в наше время куполов имеют такую форму. Купола-блюдца приобрели популярность в XVIII веке, и остаются популярными по сей день. Зачастую они используются как элемент внутреннего дизайна помещения, располагаясь в пространстве чердачных помещений. Такие купола иногда использовались при возведении византийских церквей и османских мечетей. Большинство мечетей Индии, Пакистана, Ирана и Афганистана покрыты куполом-блюдцем.

Купол-луковица. Купол-луковица имеет выпуклую форму, плавно заостряющуюся на вершине, похожую на луковицу. Чаще всего такие купола приме-



няются в России, Турции, Индии и на Среднем Востоке. Купола такой формы чаще всего используются в строительстве храмов русской православной церкви. Такие купола имеют больший диаметр, чем основание, на котором они установлены, а их высота обычно превышает ширину. **(Приложение 3).**

Геометрические фигуры в различных видах куполов.

Тема «Геометрия купола» выбрана неслучайно. Ведь математика - это не только стройная система законов, теорем и задач, но и уникальное средство познания красоты. Воспитание чувства прекрасного и духовного - одна из важнейших задач, и при ее решении обойтись без применения математических знаний нельзя.

В русском церковном искусстве проявилось стремление эстетику чувств сочетать с эстетикой чисел, красоту свободно льющегося ритма с красотой правильного геометрического тела.

М.В. Алпатов

В строениях храмов видны такие геометрические фигуры, как полусфера, шар, конус, окружность, полуокружность, многоугольники, призмы, пирамиды.

Купол – это тело, которое в математике называют телом вращения. Оно имеет ось вращения.

Купол - это геометрическое тело, которое имеет ось симметрии, бесконечно много плоскостей симметрии.

При построении эскизов куполов используется понятие «золотого сечения».

Золотое сечение (золотая пропорция, деление в крайнем и среднем отношении) — деление непрерывной величины на две части в таком отношении, при котором меньшая часть так относится к большей, как большая ко всей величине.



Законы «золотой пропорции» присутствуют во всех шедеврах русской архитектуры, что строились на протяжении нескольких столетий. Есть одна очень интересная закономерность в построении русских церквей. Такой закономерностью является – число куполов.

Помимо одно и двухкупольных церквей, многие имели по пять и восемь куполов. Новгородский Софийский собор был 13-ти главым, а Преображенскую церковь в Кижях – шедевр деревянного зодчества венчает 21 купол.

(Приложение 4).

Случаен ли такой рост куполов (1,2,3,5,8,13,21)? Думается, что нет и он в точности совпадает с рядом чисел Фибонччи отражающий естественный закон роста.

Числа Фибоначчи — элементы числовой последовательности 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584, 4181, 6765, 10946, ... в которой каждое последующее число равно сумме двух предыдущих чисел. Название по имени средневекового математика Леонардо Пизанского (известного как Фибоначчи).

Строительство куполов требует сложных технических расчетов и потому стало возможно на высокой ступени развития инженерной мысли. У архитекторов различных эпох были свои излюбленные детали, которые отражали определённые комбинации геометрических форм.

Сооружение храмов требовало от зодчих хорошего знания геометрии, правил создания гармоничных архитектурных пропорций и продуманной системы мер, в частности эталонов длины. Древнерусская система храмовых размерностей была ориентирована на человеческие пропорции. В период с XI по XVIIв. сажень была основной строительной единицей длины в Древней Руси.

Диаметр основания купола совпадает с диаметром барабана, на котором стоит купол, поэтому можно сказать, что размеры купола определяли все



размеры храма. Главы (купола) некоторых церквей имеют одинаковую форму, но отличаются размерами, т.е. являются подобными фигурами.

В этом году я начала изучать новый предмет «Геометрия», рассмотрев все построения эскизов куполов в качестве примера, хочу привести построение эскиза купола «луковичной» формы.

Построение эскиза купола «луковичной» формы. В книге Азевича А. И. «Двадцать уроков гармонии» куполам храмов посвящен целый раздел, дается план геометрических построений куполов и геометрические основы храмов. В план построения эскиза купола автор данной работы внес изменения, уточнил имеющий алгоритм.

Начнём с построения эскиза - «луковичного» купола. Проследим, какие закономерности положены в его основу. Существуют разные виды куполов. Рассмотрим некоторые из них. Самый простой эскиз купола строится таким образом. В квадрате ABCD отмечают середины E, F, K его сторона AD, DC и CB соответственно. Из точек A, B, C, D как из центров проводят дуги радиусом, который составляет половину стороны квадрата. Продолжение стороны AB квадрата пересекают две из дуг в точках M и N. Для построения более сложных эскизов применим золотую пропорцию. (Приложение № 5).

Купола самых известных Хабаровских храмов.

Какое обилие храмов можно увидеть, побывав в Хабаровске: Храм Иннокентия Иркутского, Спасо - Преображенский Кафедральный собор, Собор Рождества Христова, Храм святого благоверного князя Александра Невского, Храм преподобномученицы Великой княгини Елизаветы, Храм и часовня преподобного Серафима Саровского, Градо - Хабаровский собор Успения Божией Матери. Были же мастера с золотыми руками, которые могли создавать такие Дивы.

Рассматривая эти храмы, мы заметим, что купола у многих выполнены в форме луковки. Все архитектурные сооружения города Хабаровска, в том числе



храмы состоят из геометрических фигур и их совокупностей (в основном многогранников). Геометрия украшает город, придает ему строгость, индивидуальность и красоту.

✓ **Храм Иннокентия Иркутского** - его венчают пять золотых куполов.

✓ **Градо - Хабаровский собор Успения Божией Матери** - его венчают 7 золотистых куполов, которые видны за много километров с Амура и прилегающих окрестностей.

✓ **Храм преподобномученицы Великой княгини Елизаветы** - храм в честь Преподобномученицы Елизаветы — один из самых красивых на Дальнем Востоке и единственный, посвященный этой святой.

✓ **Храм и часовня преподобного Серафима Саровского** - белоснежная облицовка храма, увенчанного золотыми куполами. В храме, который достигает высоты 40 метров, три придела, один из которых посвящен покровительнице учащихся - святой мученице Татиане. Звонница храма имеет десять колоколов

✓ **Спасо-Преображенский Кафедральный собор** - златоглавый собор с пятью куполами сооружался на пожертвования жителей края, спонсорские средства предприятий и организаций.

(Приложение № 6).



Заключение.

А если это так, то, что есть красота
И почему ее обожествляют люди,
Сосуд она, в котором, пустота,
Или огонь, мерцающий в сосуде.

Н. Заболоцкий

Данная работа заставляет задуматься о тайне красоты, почувствовать в себе самом стремление к творчеству. Изучая геометрию в школе, каждый школьник должен знать, что это наука прикладная, математика – это уникальное средство познания красоты, это лучшее средство установления отношения порядка в искусстве архитектуры.

Данная работа – это маленькая часть исследования геометрических аспектов куполов. Нам интересно (и полезно!) познать творческие секреты древних мастеров, их эстетические архитектурные идеи. А это задача не простая. Здесь знаний геометрии мало, здесь и историю нужно знать, и психологию художников.

Геометрия - одна из древнейших частей математики, изучающая пространственные отношения и формы тел. Из геометрии зародилась математика как наука. Люди с незапамятных времен использовали геометрические знания в быту. Она является основной частью «фундамента», на котором строится другое не менее важное направление деятельности человека - архитектура. Шедеврами архитектуры являются многие русские храмы.

На протяжении многих тысячелетий во всех без исключения человеческих сообществах – от самых примитивных до самых цивилизованных – культовым сооружениям отводилось самое важное место. Купола занимают важное место в христианской и мусульманской вере. Большинство православных церквей и мусульманских мечетей, а также многие католические соборы венчаются куполами. Для многих вероучений купол имеет символическое значение.



Изучая использованную литературу для подготовки данной работы, было приобретено много интересных знаний из истории архитектуры и геометрии, что еще раз убеждает в многогранности применения этой науки (геометрии) и необходимости ее изучения.

Данную работу можно продолжить, изучив другие разделы, взяв за основу не купола, а здания церквей. Можно подробнее осветить вопрос симметрии, пропорциональности в архитектуре.

Задачи работы выполнены, цель реализована. В процессе работы над данной темой нашла подтверждение выдвинутая гипотеза.

У Хабаровска славная история. Возвращение к нашим богатым культурно-историческим традициям, возрождение подлинной духовности и нравственности, обретение Бога в людских сердцах - залог нашего славного будущего.

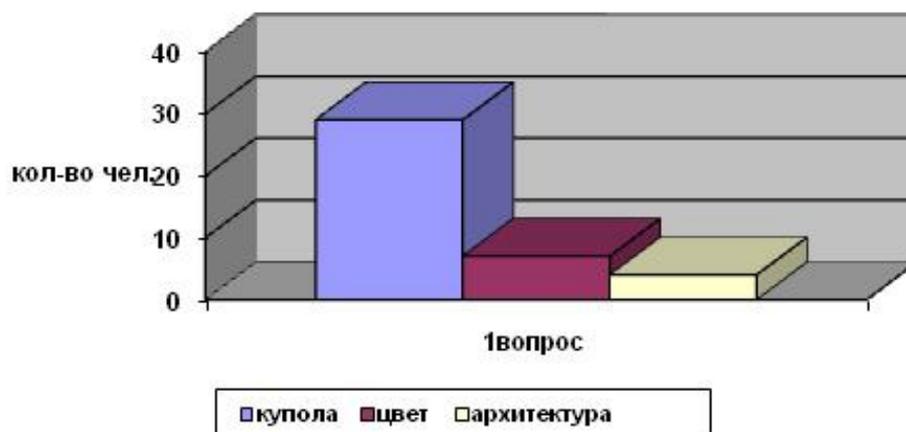
Список использованной литературы:

- 1) Аксенова М. «Энциклопедия для детей Аванта+. Том 11» 1998 г.
- 2) Геометрия, 7-9 :Учеб. Для общеобразоват. учреждений/ Л.С.Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б.Кадомцев и др. – 13-е изд. – М.: Просвещение, 2003.
- 3) БЭКМ – электронная энциклопедия. «Кирилл и Мефодий»
- 4) Волошинов А. В. «Математика и искусство» 2000 г. «Просвещение»
- 5) Коробко В.И., Коробко Г.Н.; М., АСВ Издательство, 2002 г. «Золотая пропорция и человек»
- 6) Степанов; М., «Архитектура-С» 2003 г. «Объемно пространственная композиция»
- 7) Хинн О.Г. под общ. Ред. ООО «Издательство АСТ-ЛТД» 1998 г. «Я познаю мир: математика»
- 8) Якушева Г. «Справочник школьника: математика» Филологическое общество: «Слово» 1995 г.

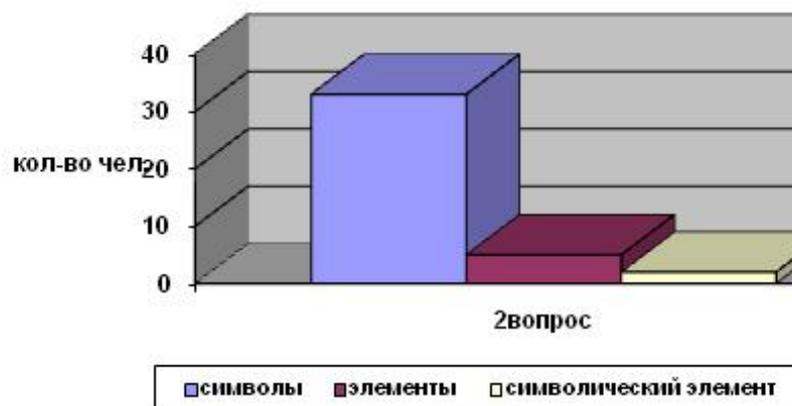


Результаты анкетирования школьников.

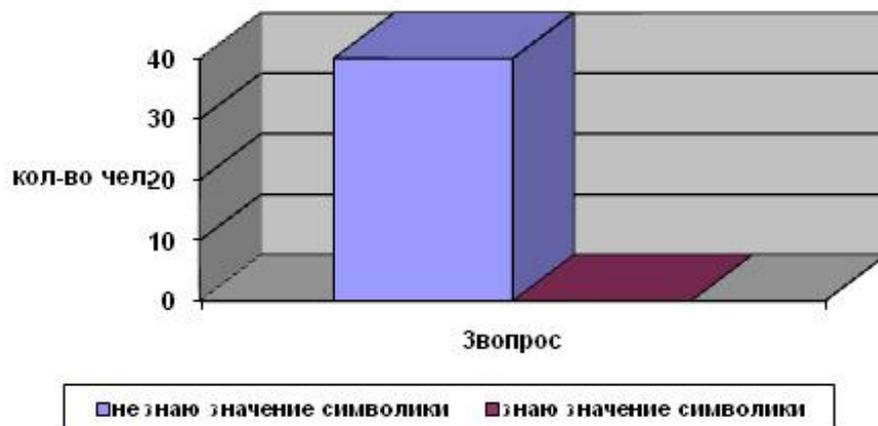
1.Что вас привлекает во внешнем облике храмов?



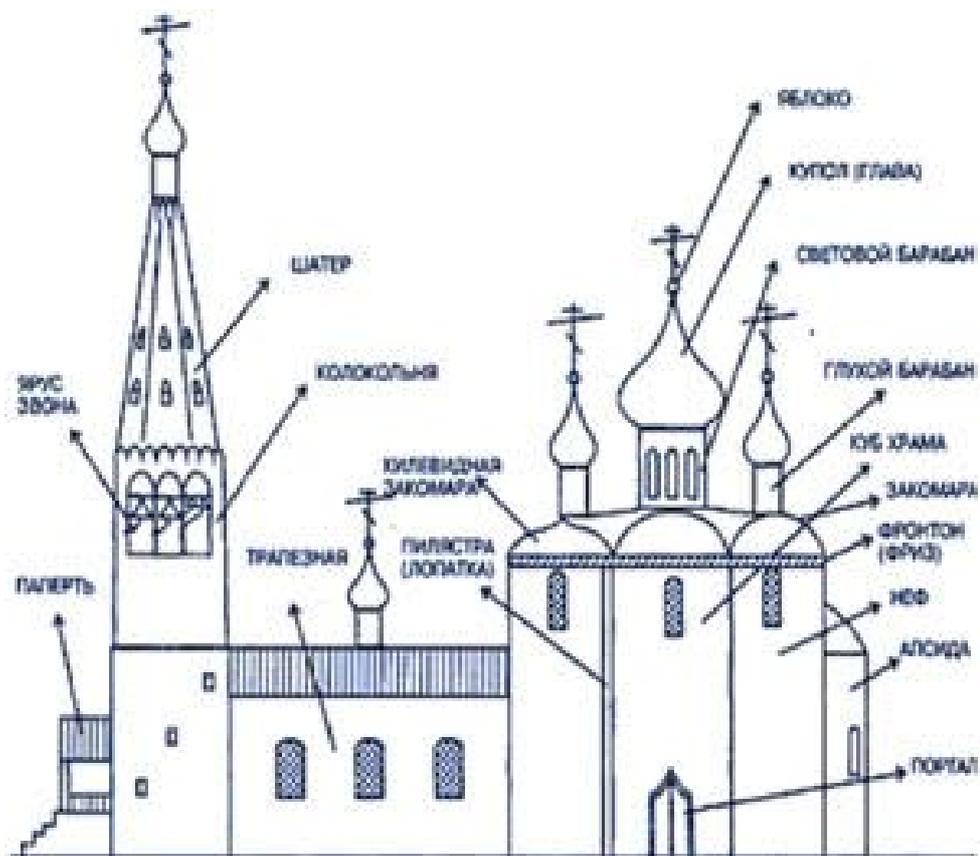
2.Купола- символы или элементы архитектуры?



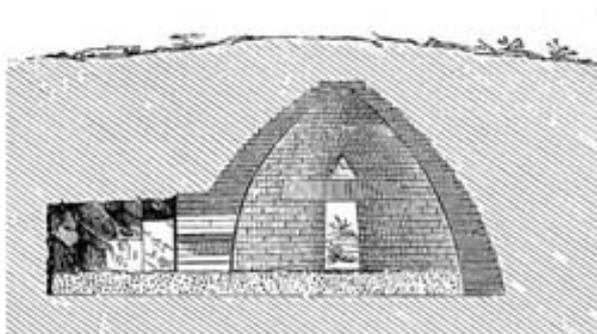
3.Знаете ли вы значения символов куполов?



Возводимые на земле храмы соотносились со строением человеческого тела.



Поясной купол



Купол-зонтик.

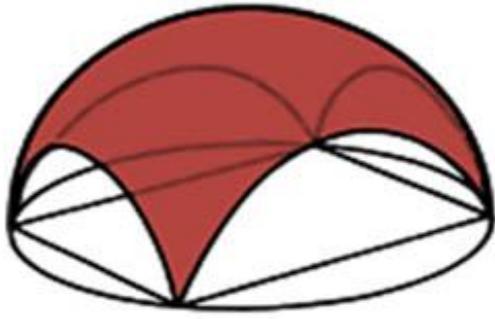


Полигональный купол.



Парусный купол.



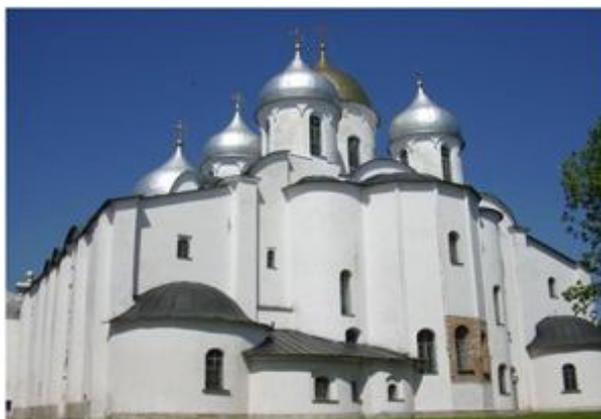


Купол-блюдец.



Купол-луковица.





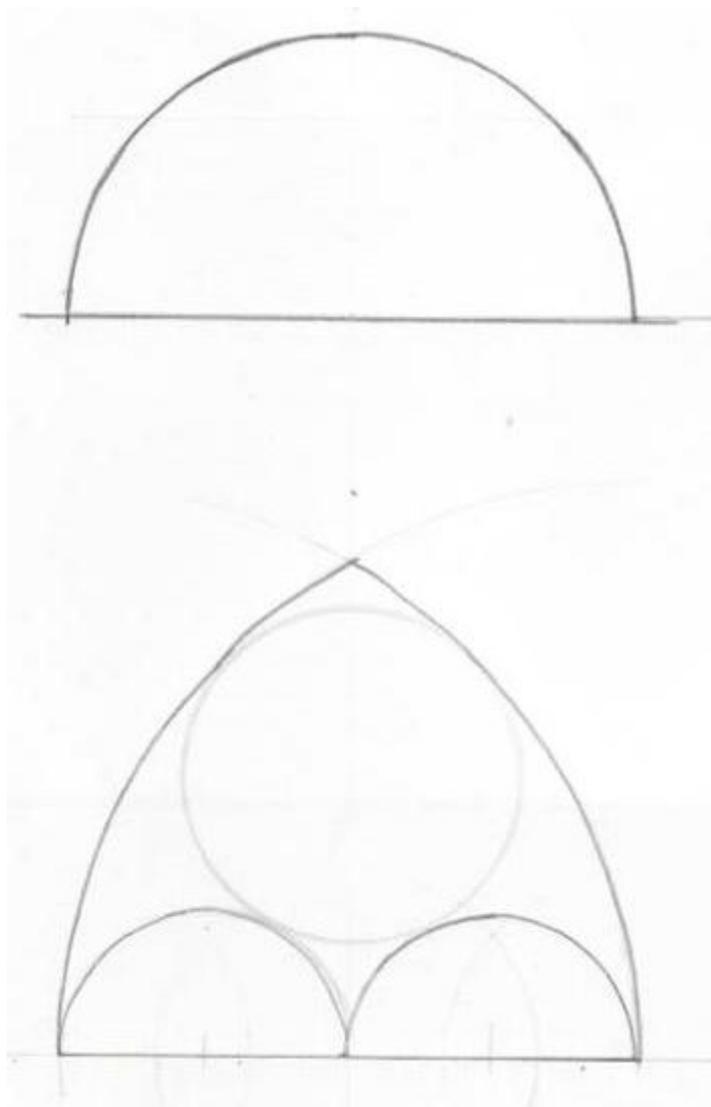
Новгородский Софийский собор.

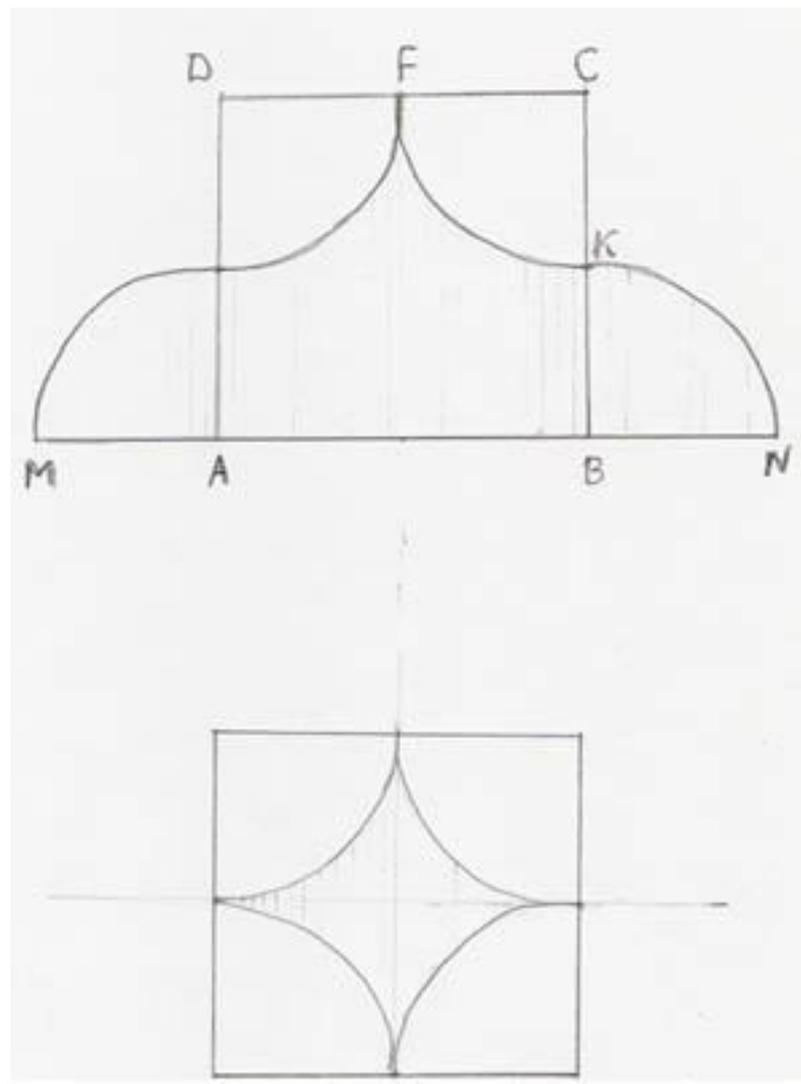


Преображенская церковь.



Эскизы куполов.





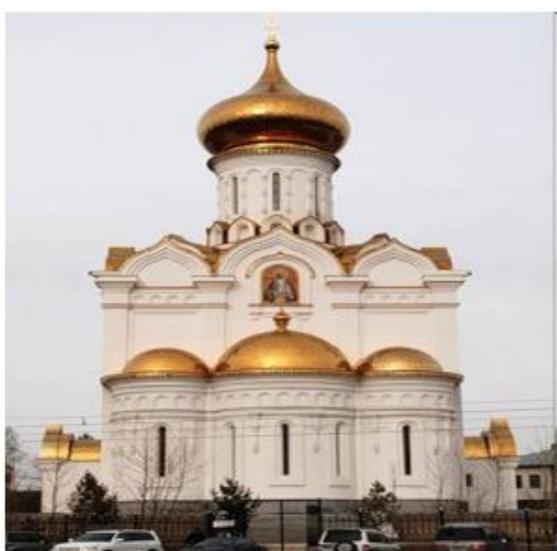
Храм Иннокентия Иркутского.



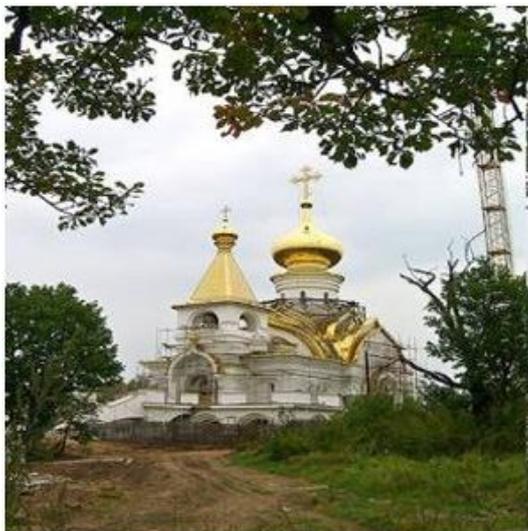
Градо - Хабаровский собор Успения Божией Матери.



Храм преподобномученицы Великой княгини Елизаветы.



Храм и часовня преподобного Серафима Саровского.



Спасо-Преображенский Кафедральный собор.

