

Закуцкая Марина Владимировна

Государственное бюджетное общеобразовательное учреждение лицей № 179

г. Санкт-Петербург

КОНСПЕКТ УРОКА "РАЗЛИЧНЫЕ СПОСОБЫ РЕШЕНИЯ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ"

Сегодня на уроке мы будем вести речь о различных способах решения тригонометрических уравнений (слайд 1)

Начать урок я хочу с вопроса (слайд 2) Какое отношение это слово имеет к теме сегодняшнего урока?

(**Триангуляция** в переводе с латыни означает "разбиение на треугольники", а **тригонометрия** в переводе с греческого означает "измерение треугольников").

Задумывались ли вы над тем, для чего устанавливают такие вышки? (слайд 2) Эта триангуляционная вышка нужна для того, чтобы составлять точные карты местности - базовые стороны треугольников измеряют на местности, а затем с помощью решения других треугольников вычисляют точные координаты различных объектов. Кстати, именно с помощью триангуляционной техники можно установить местонахождения владельца мобильного телефона.

На третьем слайде я попыталась перечислить те области науки и техники, в которых используется тригонометрия – перечень хотя и большой, но далеко не полный, так что мы можем сделать вывод о том, насколько



значительна роль тригонометрии в современном мире. Т.о., вы поняли, что изучение тригонометрии – очень перспективное занятие.

Цель сегодняшнего урока – систематизировать различные способы решения тригонометрических уравнений для того, чтобы не утонуть в море тригонометрических уравнений, а в дальнейшем успешно написать задание С1 в ЕГЭ и, возможно, С5, если задание будет тригонометрического характера.

У каждого из вас на парте есть бланк зачетной работы, заполнить который вы должны в ходе урока. Посмотрите, пожалуйста, на какие вопросы вам предстоит ответить и вносите ответы в соответствующие графы по мере того, как ответы на эти вопросы будут звучать на уроке.

Начнем мы с решения простейших тригонометрических уравнений (слайд 4) и их частных случаев (слайды 5;6). Это, если можно так выразиться, таблица умножения тригонометрии, а таблицу умножения надо знать наизусть. (К доске приглашаются четыре человека для написания соответствующих формул). (Далее – два раза по 3 человека для решения частных случаев).

То, что мы сейчас вспомнили, будут предпоследними и последними строчками в решении тех уравнений, которым вам доведётся решать. А с чего мы будем начинать? (слайд 7)

Самый распространенный способ решения – сведение тригонометрического уравнения к квадратному с помощью соответствующей замены. Что обязательно должно быть указано, если вы вводите замену $\sin x = t$ или $\cos x = t$? (Дополнительное условие ..., основанное на определении синуса и косинуса. Нужно ли такое условие, если в уравнении делается замена $\operatorname{tg} x = t$? А что в этом случае мы должны написать?). Где мы это потом используем? (При обратной замене, при отборе корней для ответа).



А какое тригонометрическое уравнение мы будем решать путем деления обеих частей на $\cos x$, $\cos^2 x$ и т.д.? (Однородное) Назовите отличительные признаки однородного уравнения (свободный член равен 0, все неизвестные в одинаковой степени, аргументы одинаковы). Бывают случаи, когда перед нами неоднородное уравнение, например, свободный член не равен 0, но уравнение всё же можно свести к однородному – как это сделать?

Перед вами – 4 уравнения: два из них сводятся к квадратному, причем для одного понадобится ОДЗ, а для другого – дополнительное условие, третье уравнение однородное, а четвертое можно свести к однородному. Вам предстоит определить, где – какое. После определения – 4 человека к доске. Пока решают – вопрос: почему способ решения однородного уравнения – деление обеих частей уравнения на $\cos x$ – не приводит к потере корней?

Давайте рассмотрим уравнение $\sqrt{3} \sin x + \cos x = 1$ (слайд 8)

Годятся ли для его решения только что рассмотренные способы? Почему?

Как называется способ для решения уравнений такого вида? (введение вспомогательного угла). Как распознать такие уравнения – в общем виде как они выглядят?

Для ответа на какой вопрос может ещё использоваться метод введения вспомогательного угла? (Для нахождения наибольшего и наименьшего значений выражений вида $a \sin x + b \cos x = c$)

Какую замену вы можете предложить для уравнений, где наряду с выражениями $\sin x + \cos x$ и $\sin x - \cos x$ встречается $\sin 2x$? (слайд 9)

На слайде появляются два уравнения таких видов, два ученика их решают на доске.



Какие способы решения тригонометрических уравнений вам еще известны? (Понижения степени, применение ограниченности функций)

На слайде 10 появляются 6 уравнений и 6 способов решения, ваша задача – выбрать оптимальный способ решения для каждого уравнения.

Вы знаете, что при решении тригонометрических уравнений вас могут попросить отобрать конкретные корни, принадлежащие данному промежутку. Проведите отбор корней в уравнении $\sin x = \cos x$ для промежутка $[-\pi; \frac{\pi}{3}]$. Спросить с места, при необходимости проиллюстрировать на доске.

Какие способы решения тригонометрических уравнений сегодня не демонстрировались на доске? (Понижение степени, применение ограниченности функций, универсальная подстановка, разложение на множители)

Предлагаю решить по одному из этих уравнений самостоятельно. Вспомним, что нужно сделать, чтобы воспользоваться каждым из этих способов. (Применить формулы понижения степени и рассмотреть совокупность возможных вариантов).

По окончании работы дописать все, что необходимо, в зачётном листе и сдать все на проверку.

Подведение итога урока: мы рассмотрели некоторые способы решения тригонометрических уравнений, повторили, по каким критериям нужно выбирать оптимальный способ решения данного уравнения. Раньше мы говорили о том, что редко, когда уравнение решается в чистом виде одним способом – как правило, это комбинация способов. Кто может вспомнить, о каких способах решения тригонометрических уравнений сегодня не шла речь на уроке? (Применение универсальной подстановки, разложение на множители,



нестандартные приемы, например, использование формулы $\cos 4x$ и т.д.). На дом вы получаете именно такие уравнения.

Зачетный лист к уроку

”Способы решения тригонометрических уравнений”

I вариант

№	Вопрос	Ответ
1	Верно ли, что наибольшее значение выражения $\sin x + \cos x$ равно 2? Если неверно, то указать правильный ответ.	
2	Решить уравнение $\sin x = \pi$.	
3	Каким способом лучше всего решить уравнение $\sin 2x + \cos 2x - \operatorname{tg} x = 1$?	
4	Является ли однородным уравнение $\sin 2x + \cos^2 x = 1$? Если нет, то можно ли его свести к однородному? Если можно, то написать, как оно будет выглядеть.	
5	Если в уравнении сделана замена $\sin x + \cos x = t$, то как выразить через t $\sin 2x$?	
6	Решить уравнение $\sin x = \frac{1}{2}$ на промежутке $[\frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}]$.	

II вариант

№	Вопрос	Ответ
1	Верно ли, что наименьшее значение выражения $\sin x + \cos x$ равно -2? Если неверно, то указать правильный ответ.	
2	Решить уравнение $\cos x = \frac{\pi}{2}$.	
3	Каким способом лучше всего решить уравнение $\cos 3x \cos 2x = -1$?	
4	Можно ли свести к квадратному	



	уравнение $3\sin^2x - 2\cos 2x = 1$? Если можно, то написать, как оно будет выглядеть.	
5	Если в уравнении сделана замена $\sin x - \cos x = t$, то как выразить через $t \sin 2x$?	
6	Решить уравнение $\cos x = \frac{1}{2}$ на промежутке $[-\frac{\pi}{2}; 2\pi]$.	



Этапы урока	Задачи	Деятельность учителя	Деятельность ученика	Примерное время
Постановка проблемы	Мотивационная (слайды 1; 2; 3; 4)	Фокусирует внимание учащихся на практической значимости темы урока Формулирует цель и задачи урока	Слушают учителя	3 мин.
Актуализация ранее полученных знаний	Мотивационная (слайды 5; 6; 7)	Предлагает учащимся вспомнить формулы для решения простейших тригонометрических уравнений, а также решения для частных случаев	Отвечают на поставленные вопросы	5 мин.
Описание, поиск решения (1)	Информационная, информационно-оценочная (слайд 8)	Предлагает учащимся вспомнить самые распространенные способы решения тригонометрических уравнений	Обсуждают с учителем ход решения, отмечают "тонкости"	9 мин.
Описание, поиск решения (2)	Информационная, информационно-оценочная (слайды 9; 10)	Продолжает работу по поиску наиболее оптимальных способов решения тригонометрических уравнений	Обсуждают с учителем ход решения, отмечают "тонкости"	10 мин.
Физкультминутка	Здоровьесберегающая	Предлагает учащимся выполнить несколько физических упражнений	Выполняют физические упражнения под руководством учителя	1 мин.
Обобщение ма-	Исследовательская	Предлагает исследовать,	Сопоставляют уравнения	3 мин.



териала и выводы	(слайд 11)	каким именно способом лучше всего решить предложенные уравнения	и способы их решения и выбирают для самостоятельного решения те, которые ещё не обсуждались на уроке	
Проверочная работа	Закрепление изученного материала	Предлагает учащимся решить выбранные уравнения и заполнить зачетные листы	Выполняют работу на зачетном листе, сдают на проверку учителю	12 мин.
Задание на дом	Аналитическая, поисковая (слайды 12; 13)	Предлагает вспомнить, о каких способах решения не шла речь на уроке, т.к. домашнее задание будет посвящено именно этим способам	Записывают домашнее задание и просматривают финальный слайд презентации	2 мин.

