

Свеженцева Маргарита Петровна

Государственное бюджетное образовательное учреждение

среднего профессионального образования

«Санкт-Петербургский технический колледж управления и коммерции»

КОНСПЕКТ УРОКА ПО МАТЕМАТИКЕ ПО ТЕМЕ  
«РЕШЕНИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ»

занятие спаренное (2 по 45 минут)

I. Цели занятия:

**Основная цель занятия:** Обобщение и систематизация, имеющиеся у студентов знания о методах решения тригонометрических уравнений.

	Цели по уровням познавательной деятельности	Формулировка целей и задач занятия
1.	Знать	-общие методы решения уравнений -формулы корней простейших тригонометрических уравнений
2.	Понимать	определять вид тригонометрического уравнения
3.	Применять	алгоритмы решения тригонометрические уравнения
4.	Анализировать	анализировать и находить общие решения
5.	Синтезировать	применять имеющиеся знания для решения новых видов уравнений
6.	Оценивать	оценивать полученный результат

II. Оборудование:

1. **Технические средства:** мультимедийный комплекс

2. **Дидактический материал:** таблицы, карточки, справочный материал

3. **Литература:**

1. Богомолов И.В., Сергиенко Л.Ю. «Сборник дидактических заданий по математике. М., Высшая школа, 2007

2. Звавич Л.И., Шляпочник Л.Я. «Контрольные и проверочные работы по алгебре 10-11 классы» М., Дрофа, 2001
3. Ивлев Б.М. «Задачи повышенной трудности по алгебре и началам анализа». М., Просвещение, 2008
4. Ивлев Б.М., Саакян С.М., Шварцбурд С.И. «Дидактические материалы по алгебре и началам анализа. 10 класс». М., Просвещение, 2008
5. Мордкович А.Г. «Алгебра и начала анализа 10-11 класс» М., Мнемозина, 2001
6. Щукина В. «Репетитор. Математика. Физика» М., НПО Перспектива, 1993

### III. Ход занятия.

#### 3.1. Организационный момент (2 мин)

Приветствие. Рассаживание по группам. Распределение ролей в группе.

#### 3.2. Сообщение темы урока и плана работы (3 мин.)

- Тема урока: «Решение тригонометрических уравнений»

-Сегодня мы повторяем, приводим в систему знания по решению тригонометрических уравнений. И ваша задача – показать свои знания и умения по их решению.

- план занятия

№	Этап и примерное время	Форма работы
1.	<i>Повторение темы: (20мин.)</i>	Устная работа
2.	<i>Основная часть занятия (35мин)</i>	Работа в группах
3.	<i>Закрепление материала.(20мин.)</i>	Индивидуальная с/р.
4.	<i>Домашнее задание (5 мин)</i>	
5.	<i>Подведение итогов работы на занятии (5 мин)</i>	Обсуждение



### 3.3. Повторение темы: (23мин)

#### 3.3.1. Вводно-мотивационная часть

*Задачи этапа:* актуализировать опорные знания и умения учащихся, которые будут использованы на уроке.

*Форма этапа:* устная работа в игровой форме

*Содержание этапа:*

#### Задание-1

Первый вопрос адресуется студенту первой группы, если он правильно отвечает на вопрос, то он называет следующего отвечающего из второй группы, если отвечающий затрудняется ответить на вопрос, то он передает его другому студенту, назвав его имя (*правильно ответивший на вопрос, в лист контроля ставит 1балл*)

Вопросы для учащихся	Предполагаемые ответы
Какие уравнения называют тригонометрическими?	Уравнения, в которых переменная стоит под знаком тригонометрической функции, называются тригонометрическими.
Приведите примеры простейших тригонометрических уравнений?	$\cos x = a$ ; $\sin x = a$ ; $\operatorname{tg} x = a$ ; $\operatorname{ctg} x = a$
Сколько корней может иметь тригонометрическое уравнение?	Тригонометрические уравнения имеют множество корней в силу периодичности тригонометрических функций.
Что значит решить тригонометрическое уравнение?	Найти множество корней или убедиться, что корней нет.
В уравнениях $\cos x = a$ ; $\sin x = a$ ; оцените число $a$ ?	Если $ a  > 1$ , то корней нет Если $ a  \leq 1$ , формула корней
Как решаются простейшие тригонометрические уравнения.	Для решения простейшего тригонометрического уравнения применяем формулы нахождения корней.
По какой формуле находятся корни уравнения $\cos x = a$ ?	Корни уравнения $\cos x = a$ находятся по формуле $x = \pm \arccos a + 2\pi n$ ; $n \in \mathbb{Z}$

По какой формуле находятся корни уравнения $\sin x = a$ ?	Корни уравнения $\sin x = a$ находятся по формуле $x = (-1)^k \arcsin a + \pi k, k \in Z$
По какой формуле находятся корни уравнения $\operatorname{tg} x = a$ ?	Корни уравнения $\operatorname{tg} x = a$ находятся по формуле $x = \operatorname{arctg} a + \pi n; n \in Z$
По какой формуле находятся корни уравнения $\operatorname{ctg} x = a$ ?	Корни уравнения $\sin x = a$ находятся по формуле $x = \operatorname{arctg} a + \pi n; n \in Z$
Как называются уравнения вида $a \sin x + b \cos x = 0$ и $a \cos^2 x + b \cos x \sin x + c \sin^2 x = 0$ ?	Уравнения данного вида называются однородными тригонометрическими уравнениями.

### Задание-2

Найти ошибки в решениях тригонометрических уравнений:

$$1) \cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (\pm)$$

$$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z$$

$$2) \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (-1^k)$$

$$x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in Z$$

$$3) \operatorname{tg} x = \sqrt{3} \quad \pi k)$$

$$x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z$$

$$4) \operatorname{ctg} x = 1 \quad (\text{верно})$$

$$x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in Z$$

$$5) \sin x = -\frac{1}{2}$$

$$x = (-1)^{k+1} \cdot \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z \quad (\pi k)$$

Ответы сверяются с образцом (за каждый верный ответ 1балл) и вносятся заработанные баллы в листок учета знаний.

### Задание –3

Используя основные формулы тригонометрии, упростите выражение:

На экране проецируется задание, затем появляются ответы

## Ответы

А) $(\sin a - 1)(\sin a + 1)$	$-\cos^2 a$
Б) $\sin^2 a - 1 + \cos^2 a$	0
В) $\sin^2 a + \operatorname{tg} a \operatorname{ctg} a + \cos^2 a$	2
Г) $\sqrt{1 - 2 \operatorname{tg} x + \operatorname{tg}^2 x}$	$ 1 - \operatorname{tg} x $

*Повторение* (чередование фронтальной и индивидуальной форм работы с последующей проверкой задания).

*Задачи этапа:* обеспечивать развитие у учащихся общеучебных умений и навыков: умение анализировать, синтезировать, сравнивать, обобщать, поиск способов решения, отрабатывать навыки самооценивания знаний и умений, выбора разноуровневого задания.

*Содержание этапа:*

Вспомним свойства четности и нечетности тригонометрических функций, значения тригонометрических функций для различных углов поворота, применение формул приведения

*Студенты формулируют свойства четности и нечетности, правило применения формул приведения, называют значения тригонометрических функций для различных углов поворота.*

Предлагается самостоятельная работа в 2 вариантах с последующей взаимопроверкой правильности ее выполнения.

1. Найдите значения тригонометрических выражений:

*На экране проецируется задание.*

1 вариант		2 вариант	
	Ответы		Ответы
$\sin(-\pi/3)$	$-\sqrt{3}/2$	$\cos(-\pi/4)$	$\sqrt{2}/2$
$\cos 2\pi/3$	$-1/2$	$\sin \pi/3$	$\sqrt{3}/2$
$\operatorname{tg} \pi/6$	$\sqrt{3}/3$	$\operatorname{ctg} \pi/6$	$\sqrt{3}$
$\operatorname{ctg} \pi/4$	1	$\operatorname{tg} \pi/4$	1
$\cos(-\pi/6)$	$\sqrt{3}/2$	$\sin(-\pi/6)$	$-1/2$
$\sin 3\pi/4$	$\sqrt{2}/2$	$\cos 5\pi/6$	$-\sqrt{3}/2$

Проверка ответов и оценка своей работы согласно шкале:

количество верных ответов	Критерий оценивания
6	+
5	+ -
4	- +
< 4	-

*На экране проецируются ответы*

Вспомним определение арксинуса, арккосинуса, арктангенса и арккотангенса.

*Студенты дают определения обратных тригонометрических функций, обращая внимание на область определения и множество значений.*

Выполняем следующую работу также самостоятельно.

2. Вычислите:

*На экране проецируется задание.*

1 вариант		2 вариант	
	Ответы		Ответы
$\arcsin \sqrt{2}/2$	$\pi/4$	$\arccos \sqrt{2}/2$	$\pi/4$
$\arccos 1$	0	$\arcsin 1$	$\pi/2$
$\arcsin (-1/2)$	$-\pi/6$	$\arccos (-1/2)$	$2\pi/3$
$\arccos (-\sqrt{3}/2)$	$5\pi/6$	$\arcsin (-\sqrt{3}/2)$	$-\pi/3$
$\operatorname{arctg} \sqrt{3}$	$\pi/3$	$\operatorname{arctg} \sqrt{3}/3$	$\pi/6$

**Учитель:** Ребята, проверьте ответы и оцените свои работы согласно шкале:

Количество верных ответов	Критерий оценивания
5	+
4	+ -
3	- +
< 3	-

*На экране проецируются ответы*

### 3.4. Основная часть занятия

*Задача этапа: систематизировать и обобщить известные методы решения тригонометрических уравнений*

*Форма этапа: работа в группах*

Напомните, пожалуйста, формулы решения уравнений вида  $\sin x = a$ ,  $\cos x = a$ ,  $\operatorname{tg} x = a$ .

*Студенты называют формулы решения простейших тригонометрических уравнений*

$\sin x = a$	$x = (-1)^k \arcsin a + \pi k, k \in \mathbb{Z}$
$\cos x = a$	$x = \pm \arccos a + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$
$\operatorname{tg} x = a$	$x = \operatorname{arctg} a + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ .

Каждая группа получает карточки с уравнениями одного вида.

Задания:

1. Решить уравнения, сверить результаты с информационным листом преподавателя и оформить решения.
2. Записать алгоритм решения и оформить.
3. Подготовить и продумать представление «продукта»

*Первая группа:*

$$2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0.$$

$$2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0.$$

$$2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0.$$

$$4\sin^2 x - 4\sin x + 1 = 0.$$

*Вторая группа:*

$$\sin x = -\sqrt{3} \cos x.$$

$$\sin 2x = -\cos 2x.$$

$$\sin 2x + \cos 2x = 0.$$

$$\cos x - 3\sin x = 0.$$

*Третья группа:*

$$\sin^2 x - 4\sin x \cos x + 3\cos^2 x = 0.$$

$$\sin^2 x + 4\sin x \cos x + 3\cos^2 x = 0.$$

$$2\sin^2 x + 2\sin x \cos x = 1.$$



$$2\sin^2 x - 5\sin x \cos x + 3\cos^2 x = 0.$$

*Четвертая группа:*

$$(2 \cos x - 1)\sqrt{-\sin x} = 0.$$

$$(2 \sin x + 1)\sqrt{-\cos x} = 0.$$

$$(2 \sin x - \sqrt{3})\sqrt{-\cos x} = 0.$$

$$(2 \cos x + \sqrt{2})\sqrt{-\sin x} = 0.$$

После окончания работы каждая группа представляет результат своей работы. Обсуждается разработанный алгоритм решения данного вида уравнения, который записывается в памятки.

### **3.5. Закрепление материала (20мин)**

*Задача этапа: практическое применение приобретенных умений и навыков.*

*Форма этапа: индивидуальная самостоятельная работа*

*На экране проецируется задание.*

1 вариант		2 вариант	
$2 \cos^2 x + 5 \sin x - 4 = 0$	Ответы $(-1)^k \pi/6 + \pi k, k \in \mathbb{Z}$	$3 \sin x - 2 \cos^2 x = 0$	Ответы $(-1)^k \pi/6 + \pi k, k \in \mathbb{Z}$
$\cos 2x + \cos x = 0$	$\pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ $\pm \pi/3 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\cos 2x + \sin x = 0$	$\pi/2 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ $(-1)^{k+1} \pi/6 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
$\sqrt{2} \sin(x/2) + 1 = \cos x$	$2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ $(-1)^k \pi/2 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\sqrt{2} \cos(x/2) + 1 = \cos x$	$\pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ $\pm \pi/2 + 4\pi n, n \in \mathbb{Z}$

*На экране проецируются ответы*

### **3.6. Домашнее задание (5 мин)**

*Информация о домашнем задании.*

*Задачи этапа: сообщить учащимся о домашнем задании, обеспечить понимание цели, содержания и способов решения.*

*Содержание этапа:*

1. Составить опорный конспект «Решение тригонометрических уравнений».

2. Для закрепления навыков решения тригонометрических уравнений выполните задания следующего содержания:

1 вариант	2 вариант
$3 \sin x + 5 \cos x = 0$	$2 \cos x + 3 \sin x = 0$
$5 \sin^2 x - 3 \sin x \cos x - 2 \cos^2 x = 0$	$6 \sin^2 x - 5 \sin x \cos x + \cos^2 x = 0$
$3 \cos^2 x + 2 \sin x \cos x = 0$	$2 \sin^2 x - \sin x \cos x = 0$
$5 \sin^2 x + 2 \sin x \cos x - \cos^2 x = 1$	$4 \sin^2 x - 2 \sin x \cos x - 4 \cos^2 x = 1$
$2 \sin x - 5 \cos x = 3$	$2 \sin x - 3 \cos x = 4$
$1 - 4 \sin 2x + 6 \cos^2 x = 0$	$2 \sin^2 x - 2 \sin 2x + 1 = 0$

3. Для желающих:

1. введением нетрадиционной замены решите симметричное тригонометрическое уравнение  $\cos^6 x + \sin^6 x = 16 \sin^2 x \cos^2 x$ ;

2. выражение  $\sin^3 x + 3 \sin x - 4$  разложить на множители различными способами;

3. методом разложения на множители решите тригонометрическое уравнение  $\sin^3 x + 3 \sin x - 4 = 0$

**3.7. Подведение итогов работы на занятии (выставление оценок, комментарии преподавателя) (5мин)**

**Рефлексивно-оценочная часть урока.**

*Задачи этапа:* дать качественную оценку работы каждого ученика по выполнению самостоятельной работы и оценку работы группы.

*3.7.1. Обсуждение результатов индивидуальной работы.*

*Содержание этапа:*

Оцените свою работу на уроке. Вы самостоятельно выполнили упражнений:

1 – находили значения тригонометрических функций;

2 – находили значения обратных тригонометрических функций;

3 – решение уравнений по известным алгоритмам;

Найдите сумму баллов.

*3.7.2. Обсуждение результатов групповой работы.*