Всероссийская научно-методическая конференция
"Современная система образования: опыт и перспективы"
июль - сентябрь 2016 года

Захарова Маргарита Юрьевна

Государственное бюджетное образовательное учреждение г. Москвы «Лицей №1557»

МЕТОДИЧЕСКАЯ РАЗРАБОТКА ПО ТЕМЕ «РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ, СОДЕРЖАЩИХ ПЕРЕМЕННУЮ ПОД ЗНАКОМ МОДУЛЯ. АЛГЕБРА 9 КЛАСС»

Данная методическая разработка является частью элективного курса по алгебре для 9 класса.

Рабочая программа элективного курса «Избранные вопросы математики» для 9 класса разработана на основе примерной программы по математике основного общего образования с учётом требований федерального компонента государственного стандарта.

Основной задачей курса является расширение и углубление знаний по предмету, т.к. при составлении базовой учебной программы за пределами учебного процесса остается много интересной и полезной информации.

Содержание программы **курс**а актуально для учащихся 9-ых классов, которые хотят изучать математику расширенно, а их мотивационный потенциал находится на высоком уровне.

Объём программы: 12 часов.

Режим занятий: 8 занятий по 1,5 часа.

При изучении программы подразумевается, что ученик владеет необходимым инструментом для освоения дальнейшего материала, т.е. умеют решать:

- линейные уравнения;

- квадратные уравнения по формуле и методом разложения на множители:

- уравнения степени выше второй методом разложения на множители и методом замены переменной;

- линейные и квадратичные неравенства;

- различать понятия «система» и «совокупность».

Содержание курса.

1. Решение неравенств методом интервалов. Решение дробно-рациональных неравенств;

2. Решение неравенств, содержащих переменную под знаком модуля;

3. Решение уравнений, содержащих переменную под знаком модуля;

4. Решение уравнений, методом замены переменной.

В конце каждого занятия подразумевается выполнение небольшого творческого домашнего задания: составить 3-5 заданий аналогичных тем, которые выполнялись на занятии, сделать карточки с условием и ответом, придуманных задач. Составление заданий позволит ученику еще раз проработать конструкцию и принцип решения заданий. Однако стоит предупредить, что не стоит придумывать примеры, которые он сам не сможет решить. В конце изучения темы подразумевается контрольная или самостоятельная работа. Это зависит настроя учеников, их готовности продемонстрировать свои знания «на отметку» или просто дать возможность попробовать свои силы и увидеть свои слабые места.

Занятие 5-6. Решение уравнений, содержащих переменную под знаком модуля.

Теория.

Определение: Модулем числа *a* - называется само число *a,* если *a* неотрицательно и число, ему противоположное, если *a* меньше нуля.

$$|a| = \begin{cases} a, a \geq 0 \\ -a, a < 0 \end{cases}.$$

Отметьте на координатной прямой числа, удовлетворяющие условию:

$$1)\ |\mathrm{x}| = 4; \qquad 2)\ |\mathrm{x}| = 0; \qquad 3)\ |\mathrm{x}| = -3.$$

Способы решения уравнений.

1. «По определению»:

$1)|\mathrm{x}-2| = 6; \mathrm{x}-2 = 6$ или $\mathrm{x}-2 = -6;$ отсюда $\mathrm{x} = 8; \mathrm{x} = -4.$

$$\text{Ответ:}\ -4; 8.$$

$2)\ |\mathrm{x}-2| + 11 = 6;\ \ |\mathrm{x}-2| = -5;$ корней нет т. к.

$$-5 < 0.\ \text{Ответ: нет корней.}$$

$3)\ |\mathrm{x}^2 - 2\mathrm{x}| = 0; \mathrm{x}^2 - 2\mathrm{x} = 0; \mathrm{x}(\mathrm{x}-2) = 0; \mathrm{x} = 0$ или $\mathrm{x} = 2.$ Ответ: $0; 2.$

$4)\ |2\mathrm{x}-1| = 2\mathrm{x}-1;\ \ 2\mathrm{x}-1 \geq 0;\ \ \mathrm{x} \geq \frac{1}{2}.$ Ответ: $\mathrm{x} \in [0{,}5; +\infty).$

$5)\ |3\mathrm{x}-6| = 6-3\mathrm{x};\ \ 3\mathrm{x}-6 \leq 0;\ \ \mathrm{x} \leq 2.$ Ответ: $\mathrm{x} \in (-\infty; 2].$

2. Уравнения вида: $|f(x)| = |g(x)|$, где f(x) и g(x) выражения с переменной «x».

$$|f(x)| = |g(x)| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) = g(x) \\ f(x) = -g(x) \end{array}\right..$$

Приведем краткое доказательство: правая и левая части равенства неотрицательны, то можно возвести в квадрат:

$$|f(x)|^2=|g(x)|^2;\quad (f(x))^2=(g(x))^2;\quad (f(x)-g(x))(f(x)+g(x))=0;$$

$$f(x)=g(x)\quad \text{или}\quad f(x)=-g(x)\ \text{ч.т.д.}$$

Пример:

$$|x+3|=|2x^2+x-5| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+3=2x^2+x-5 \\ x+3=-(2x^2+x-5) \end{array}\right.;\ \left[\begin{array}{l} 2x^2-8=0 \\ 2x^2+2x-2=0 \end{array}\right.;$$

$$\left[\begin{array}{l} x^2=4 \\ x^2+x-1=0 \end{array}\right.;\ \left[\begin{array}{l} x=\pm 2 \\ x=\dfrac{-1\pm\sqrt{5}}{2} \end{array}\right.. \text{Ответ: } -2; 2; \frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}.$$

3. «По равносильности»:

$$|f(x)|=g(x) \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} g(x)\geq 0 \\ \left[\begin{array}{l} f(x)=g(x) \\ f(x)=-g(x) \end{array}\right. \end{array}\right..$$

Пример:

$$|x^2+x-1|=2x-1 \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} 2x-1\geq 0 \\ \left[\begin{array}{l} x^2+x-1=2x-1 \\ x^2+x-1=-(2x-1) \end{array}\right. \end{array}\right.;\ \left\{\begin{array}{l} x\geq 0{,}5 \\ \left[\begin{array}{l} x^2-x=0 \\ x^2+3x-2=0 \end{array}\right. \end{array}\right.;$$

$$D=9+8=17, x=\frac{-3\pm\sqrt{17}}{2};\ \left\{\begin{array}{l} x\geq 0{,}5 \\ \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=0 \\ x=\frac{-3\pm\sqrt{17}}{2} \end{array}\right. \end{array}\right.;\ \text{Ответ: } 1; \frac{\sqrt{17}-3}{2}.$$

4. «Замена переменной»:

$$(x-1)^2+|x-1|-2=0; \text{пусть } |x-1|=t, t\geq 0$$

$$\text{тогда: } t^2+t-2=0;\ t_1=-2;\ t_2=1$$

$$|x-1|=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-1=1 \\ x-1=-1 \end{array}\right.; \ \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=0 \end{array}\right. . \quad \text{Ответ: } 0; 2.$$

5. «На промежутках»:

$$|x-1|+|2x-3|=2$$

Приравняем к нулю, каждое из выражений, стоящих под знаком модуля, для того, чтобы определить точки, относительно которых меняется знак одного из выражений.

$$x-1=0; x=1 \text{ и } 2x-3=0; x=1{,}5$$

Эти точки разбивают числовую прямую на 3 промежутка. «Снимаем» знак модуля на каждом из промежутков.

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \le 1 \\ -x+1+(-2x+3)=2 \end{cases} \\ \begin{cases} 1 < x < 1{,}5 \\ x-1+(-2x+3)=2 \end{cases} \\ \begin{cases} x \ge 1{,}5 \\ x-1+2x-3=2 \end{cases} \end{array}\right. ; \ \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \le 1 \\ -3x=-2 \end{cases} \\ \begin{cases} 1 < x < 1{,}5 \\ -x=0 \end{cases} \\ \begin{cases} x \ge 1{,}5 \\ 3x=6 \end{cases} \end{array}\right. ; \ \left[\begin{array}{l} x=\frac{2}{3} \\ x=2 \end{array}\right.$$

Ответ: $\frac{2}{3}$; 2.

__Задания для решения:__

1) $|2x-4|+4=2x$; 2) $4x-7=|x-3|$;

3) $|2+x|+|6-x|=10$; 4) $|3x^2-3x+5|=|2x^2+6x-3|$;

5) $x^2-2x-5|x-1|+5=0$; 6) $x|x-2|+|x|(x-2)=6$;

7) $|3x-8|-8=-3x$; 8) $\left|\left||x+6|-9\right|-4\right|=4$.

__Самостоятельная работа №3:__

Решите уравнение, содержащее переменную под знаком модуля.

1) $|4-x|+|x+3|=9$; 2) $|x+2|=4x+13$;

3) $|5x^2 - 3| = 2$; 4) $|2x - 4| + 4 = 2x$;

5) $x^2 - 6|x| - 2 = 0$; 6) $\left|\frac{x-1}{x+3}\right| = 1$.

Список литературы

1. Макарычев Ю.Н. Алгебра. 9 класс: учеб. для учащихся общеобразовательных организаций / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, И.Е. Феоктистов. – 14-е изд., стер. – М.: Мнемозина, 2014. – 447 с.: ил.

2. Гольдич В.А., Золотин С.Е. 3000 задач по алгебре 5-9 класс. Учебное пособие для учителей и учащихся. – С.-Петербург, 1997. – НПО «Мир и семья-95». – 496с., илл.

3. Кальней С.Г., Лесин В.В., Лисовец Ю.П., Поспелов А.С., Ревякин А.М. Сборник задач по алгебре (для профильных 10-11 классов) / Под ред. С.Г.Кальнея, А.С.Поспелова. – М.: МИЭТ, 2004. – 168 с.

4. Прокофьев А.А., Кожухов И.Б. Математика. Готовимся без репетитора. Задачи и решения. – М.: Махаон, 2006. – 304с. – (Для школьников и абитуриентов)

5. Звавич Л.И., Аверьянов Д.И., Пигарев Б.П., Трушанина Т.Н. Задания для подготовки к письменному экзамену по математике в 9 классе: Пособие для учителя / Л.И. Звавич, Д.И. Аверьянов, Б.П. Пигарев, Т.Н. Трушанина. – М.: Просвещение, 1999. –112с.

6. Садовничий Ю.В. ЕГЭ. Практикум по математике: Решение уравнение и неравенств. Преобразование алгебраических выражений / Ю.В. Садовничий. – М.: Издательство «Экзамен», 2015. –127, [1] с. (Серия «ЕГЭ. Практикум»)